◎ 行列の復習

- 行と列、和、積

行列 A の i 行 j 列目の要素を a_{ij} と書く

$$\begin{array}{c} \\ \\ A = \end{array}\begin{array}{c} \text{行}\ \text{列} \\ \downarrow\ \downarrow \\ a_{ij} \end{array}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

<u>和</u> $C = A + B$

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

<u>積</u> $C = A \cdot B$

$$c_{ij} = \sum_k a_{i\underbrace{k}\, b_{k}}j$$

<u>単位行列</u> $I \cdot A = A \cdot I = A$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & \ddots\ 1 \end{pmatrix}$$

<u>逆行列</u> $A^{-1}A = A \cdot A^{-1} = \underline{I}$

A^{-1}は常に存在するとは限らない。

・連立~~方程式~~一次方程式の一般解と行列式

例)
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ 2x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$3x_1 = 6$

$x_1 = 2, \ x_2 = 1$

$A \cdot x = d$

$\cancel{A^{-1}A} \cdot x = A^{-1} \cdot d$

よってAの逆行列A^{-1}を求めると連立方程式の解が求まる

公式より $A = \dfrac{(\tilde{A})^T}{|A|}$

・行列式

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\begin{array}{cc|ccc|cc} & & a_{11} & a_{12} & a_{13} & & \\ & a_{21} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$
$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

4×4以上の行列

$$|A| = \sum_{(p)} (-1)^p a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

(p): n!通りある $\begin{pmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_n \\ 1 & 2 & \cdots & n \end{pmatrix}$ の全ての順列組み合わせ

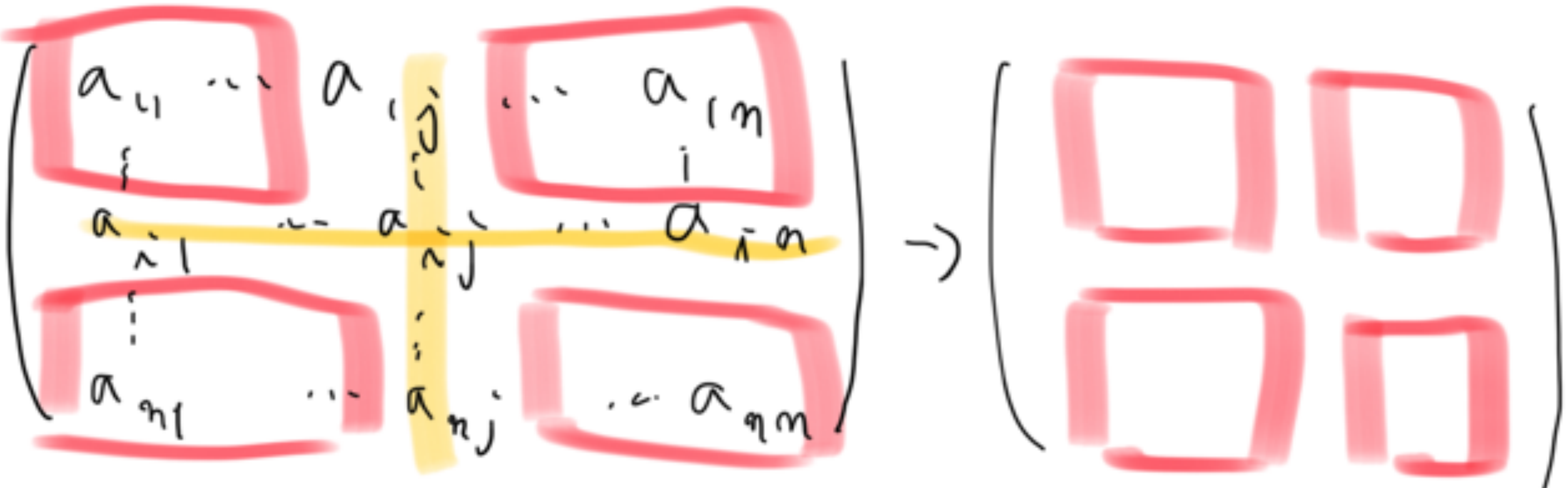
$(-1)^p$ は p が偶置換のとき $+1$
奇 〃 -1

・余因子 $\tilde{a}_{ij}$ ・余因子行列 $\tilde{A}$

"行列Aの要素 a_{ij} の余因子 $\tilde{a}_{ij}$ とは

Aから i 行と j 列を削除した $(n-1)\times(n-1)$ 行列

の行列式(小行列式)に $(-1)^{i+j}$ をかけたもの"



$(n-1)\times(n-1)$ 行列

また余因子 $\tilde{a}_{ij}$ を i 行 j 列の要素とする
行列を余因子行列 $\tilde{A}$ と呼ぶ(j 行 i 列とする
文献もある)